

ترمودینامیک

۱ - یک سیلندر و پیستون حاوی مقداری گاز است. این گاز به طور ایزوترمال و برگشت پذیر، طوری منبسط می شود که حجم نهایی دو برابر حجم اولیه اش می باشد. این گاز از معادله $P(v-b) = RT$ پیروی می کند که در آن b مقدار ثابتی است. کار انجام یافته کدام است؟

$$P_1(v_1 - b) \ln\left(\frac{v_1 + b}{v_2 + b}\right) \quad (۱) \quad P_1(v_1 - b) \ln\left(1 + \frac{v_1}{v_1 - b}\right) \quad (۲)$$

$$P_1(v_1 - b) \ln\left(1 + \frac{v_1 - b}{v_1}\right) \quad (۳) \quad P_1(v_1 - b) \ln\left(1 - \frac{v_1}{v_1 - b}\right) \quad (۴)$$

۲ - کدام رابطه در مورد یک فرآیند آدیاباتیک برگشت پذیر گاز ایده آل برقرار است؟

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad (۱) \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \quad (۲)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (۳) \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad (۴)$$

۳ - بخار سوپر هیت در شرایط T_i و P_i وارد یک توربین شده و تا شرایط T_e و P_e منبسط می شود. اگر انبساط یک بار به شکل آدیاباتیک و برگشتناپذیر (فرآیند ۱) و بار دوم از همان شرایط اولیه به طور ایزونتروپیک صورت گیرد (فرآیند ۲)، بازدهی توربین (η) کدام است؟

$$\left[\frac{T_{e,2}}{T_i} = b, \frac{T_{e,1}}{T_i} = a, P_{e,1} = P_{e,2}\right]$$

$$\eta = \frac{1 - \left(\frac{a}{b}\right)}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)} \quad (۴) \quad \eta = 1 - \frac{a}{b} \quad (۳) \quad \eta = \frac{1-a}{1-b} \quad (۲) \quad \eta = \frac{1-b}{1-a} \quad (۱)$$

۴ - گازی از معادله حالت $P = \frac{RT}{V-b} + \frac{a}{TV^2}$ پیروی می کند که a و b مقادیر ثابتی می باشند، اگر در حجم ثابت، دما و فشار گاز را تغییر

دهیم، در این صورت ضریب تراکم پذیری گاز (Z) کدام است؟

(۲) با افزایش دما افزایش می یابد.

(۱) با کاهش دما افزایش می یابد.

(۴) برای این گاز با تغییر دما، ضریب تراکم پذیری تغییری نمی کند.

(۳) با دو برابر شدن دما دو برابر می شود.

۵ - برای یک گاز ساده معین که از معادله حالت $V = \frac{RT}{P} + \frac{b}{T}$ پیروی می کند (b مقدار ثابتی است)، با استفاده از رابطه ماکسول $(\frac{\partial S}{\partial P})_T = -(\frac{\partial V}{\partial T})_P$ کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

$$(1) \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \frac{2b}{T} \quad (2) \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \frac{-b}{T^2} \quad (3) \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \frac{2b}{T^2} \quad (4) \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = 2bT$$

۶ - یک مکعب فلزی با چگالی $5 \frac{gr}{cm^3}$ و طول ضلع 2 cm و گرمای ویژه $1 \frac{J}{gr \cdot K}$ و دمای $627^\circ C$ را در استخری با دمای $27^\circ C$ به مدت طولانی قرار می دهیم. تغییر آنتروپی مکعب چقدر است؟ ($\ln 3 \approx 1$)

$$(1) -40 \frac{kJ}{K} \quad (2) -80 \frac{kJ}{K} \quad (3) -400 \frac{kJ}{K} \quad (4) -800 \frac{kJ}{K}$$

۷ - گرما دادن به سیستم چه اثری روی آنتروپی خواهد داشت؟

- (۱) افزایش آنتروپی
(۲) کاهش آنتروپی
(۳) تأثیری بر آنتروپی نخواهد داشت.
(۴) اثر آن با توجه به شرایط سیستم متفاوت است.

۸ - بازده ایزنتروپیک کمپرسوری که دمای سیال ورودی و خروجی آن به ترتیب $300 K$ و $600 K$ می باشد، برابر 75% است. اگر این کمپرسور در شرایط ایزوترم کار کند و بازده آن 80% باشد، کار ورودی آن چقدر خواهد بود؟ (دماهای داده شده مربوط به حالت ایزنتروپیک می باشد)

$$\text{و } (C_p = 1 \frac{kJ}{kg \cdot K})$$

$$(1) 187/5 \frac{kJ}{kg} \quad (2) 281/25 \frac{kJ}{kg} \quad (3) 300 \frac{kJ}{kg} \quad (4) 320 \frac{kJ}{kg}$$

۹ - برای یک مخلوط سه جزئی در T و P ثابت، خاصیت مولار M به صورت زیر می باشد که M_0 عددی ثابت و M_1 ها مربوط به گونه های خالص i می باشند. \bar{M}_1 کدام است؟

$$M = x_1 M_1 + x_2 M_2 + x_3 M_3 + x_1 x_2 x_3 M_0$$

$$(1) M_1 + x_2 x_3 (x_2 + x_3 - x_1) M_0 \quad (2) M_1 - x_2 x_3 (x_2 + x_3 - x_1) M_0$$

$$(3) M_1 - x_1 (x_2 + x_3 - x_1) M_0 \quad (4) M_1 + x_1 (x_2 + x_3 - x_1) M_0$$

۱۰ - در یک محلول دوجزئی در T و P ثابت کدام یک از عبارات زیر صادق است؟

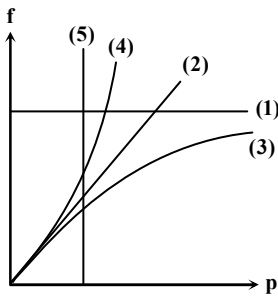
$$(1) x_1 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_1}{\partial x_1}\right) + x_2 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_2}{\partial x_1}\right) = 0 \quad (2) x_1 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_1}{\partial x_1}\right) - x_2 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_2}{\partial x_1}\right) = 0$$

$$(3) x_1 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_1}{\partial x_1}\right) - x_2 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_2}{\partial x_1}\right) = 0 \quad (4) \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_1}{\partial x_1}\right) = \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_2}{\partial x_1}\right)$$

۱۱ - در یک محلول دوجزئی از اجزاء ۱ و ۲، حجم مولی جزئی و نیز حجم مولی ماده خالص اجزاء به قرار زیر می باشند. اگر 10 مول از جزء (۱) با 20 مول از جزء (۲) با هم در دما و فشار ثابت مخلوط شوند، تغییر حجم در اثر اختلاط بر حسب سانتی متر مکعب چقدر خواهد بود؟

| جزء | $v \left(\frac{cm^3}{mol}\right)$ | $\bar{v} \left(\frac{cm^3}{mol}\right)$ | |
|-----|-----------------------------------|---|-------|
| ۱ | ۲ | ۲/۵ | ۹ (۱) |
| ۲ | ۱/۵ | ۱/۳ | ۵ (۲) |
| | | | ۴ (۳) |
| | | | ۱ (۴) |

۱۲- کدام یک از نمودارهای نشان داده شده برای منحنی فوگاسیته بر حسب فشار یک گاز ایده آل صحیح می باشد؟



(۱) منحنی (۱)

(۲) منحنی (۲)

(۳) منحنی (۳) و (۴) هر دو می توانند.

(۴) منحنی (۵)

۱۳- گاز ایده آلی از شرایط اولیه P_1 و V_1 تا شرایط ثانویه P_2 و V_2 طوری متراکم می شود، که در طول مسیر $PV^{1/2} = \text{cte}$ می باشد، اگر برای این

گاز ایده آل $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1/4$ باشد، تغییر آنتروپی این گاز کدام است؟

(۱) مثبت است (۲) منفی است (۳) صفر است (۴) بستگی به جنس گاز دارد

۱۴- کدام گزینه صحیح می باشد؟

(۱) اگر در یک فشار مشخص، دمای سیال از دمای اشباع آن کمتر باشد، در این صورت مایع سرد یا متراکم داریم.

(۲) اگر در یک دمای مشخص، فشار سیال از فشار اشباع کمتر باشد، در این صورت بخار داغ یا سوپرهیت داریم.

(۳) به مایعی که در یک فرآیند فشار ثابت، دمای آن به دمایی بالاتر از دمای جوش افزایش داده شده ولی هنوز تبخیر نشده باشد، سوپرهیت می گویند.

(۴) تمام موارد صحیح می باشند.

۱۵- چه موقع C_p یک ماده برابر با C_v آن خواهد شد؟

(۱) در جامدات و مایعات (۲) در سیالات تراکم پذیر (۳) برای آب در دمای 4°C (۴) گزینه های ۱ و ۳

۱۶- آیا ممکن است یک موتور حرارتی ساخت که بین دو درجه حرارت 800°K و 300°K کار کرده و مقدار گرمای گرفته شده از منبع

گرم 500°kJ ، گرمای داده شده به منبع سرد $187/5^\circ\text{kJ}$ و کار انجام شده توسط این موتور 200°kJ باشد؟

(۱) ممکن است.

(۲) ممکن نیست زیرا قانون اول ترمودینامیک را نقض می کند.

(۳) ممکن نیست زیرا قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

(۴) ممکن نیست زیرا هر دو قانون اول و دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

۱۷- یک یخچال با $\text{COP} = 4$ برای ایجاد یک تن سرما معادل $\frac{12000 \text{ Btu}}{\text{hr}}$ به کار می رود. چنانچه کمپرسور یخچال دارای راندمان ۷۵ درصد،

تلفات انرژی در خطوط انتقال انرژی ۱۰ درصد و راندمان تبدیل انرژی گرمایی سوخت به الکتریسیته ۲۵ درصد باشد، انرژی تولید شده در نیروگاه

کدام است؟

(۱) $4000 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$ (۲) $4400 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$ (۳) $17600 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$ (۴) $3000 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$

۱۸- برای یک سیستم دوجزئی که درجه حرارت و فشار ثابت است، انرژی مازاد گیبس کدام است؟

(۱) $G^E = RT(x_1 \ln \gamma_1 + x_2 \ln \gamma_2)$ (ضریب اکتیویته γ) (۲) $G^E = RT(n_1 \ln \phi_1 + n_2 \ln \phi_2)$ (ضریب فوگاسیته ϕ)

(۳) $G^E = RT(x_1 \ln \mu_1 + x_2 \ln \mu_2)$ (پتانسیل شیمیایی μ) (۴) گزینه ۱ و ۲

۱۹- در یک محلول دوجزئی، $\bar{V}_1 = 2x_1 + 2$ می باشد. چنانچه دما و فشار محلول ثابت باشد، \bar{V}_2 برابر با کدام گزینه خواهد بود؟ (حجم ویژه

خالص جزء دوم برابر ۵ می باشد.)

(۱) $\bar{V}_2 = 2 \ln x_2 - 2x_2 + 7$ (۲) $\bar{V}_2 = 2 \ln x_2 - 2x_2 + 5$ (۳) $\bar{V}_2 = 2 \ln x_2 - 2x_2 + 3$ (۴) $\bar{V}_2 = 2x_2 - 2 \ln x_2 + 12$

۲۰- در یک محلول ایده آل، اختلاط دو ماده یک فرآیند است که با آنتروپی همراه بوده و تغییر انرژی گیبس در اثر اختلاط می باشد.

(۱) بازگشت ناپذیر - افزایش - منفی (۲) بازگشت ناپذیر - افزایش - مثبت (۳) بازگشت پذیر - کاهش - منفی (۴) بازگشت پذیر - کاهش - مثبت

ترمودینامیک

۱ - گزینه «۲»

فرآیند همدم (ایزوترم)

برای گاز ایده‌آل در یک فرآیند همدم روابط زیر برقرار است:

$$du = nC_v dT = Q - W = 0 \Rightarrow Q = W$$

$$Q = W = \int P dv = \int nRT \frac{dv}{v}$$

$$Q = W = nRT \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow Q = W = nRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$\text{در این مسئله } w = \int_1^2 P dv = \int_1^2 \frac{RT}{v-b} dv = RT \ln \frac{v_2-b}{v_1-b} \quad v_2 = 2v_1$$

$$\Rightarrow w = RT \ln \left(\frac{2v_1-b}{v_1-b} \right) = RT \ln \left(\frac{v_1+v_1-b}{v_1-b} \right)$$

$$\Rightarrow w = RT \ln \left(1 + \frac{v_1}{v_1-b} \right) = P_1(v_1-b) \ln \left(1 + \frac{v_1}{v_1-b} \right)$$

۲ - گزینه «۲»

$$PV^\gamma = \text{cte}$$

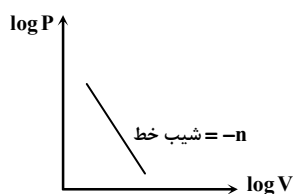
فرایندهای ایزنتروپیک (آدیاباتیکی)

فرایندهای ایزنتروپیک فرایندهای برگشت پذیری هستند که عایق و آدیاباتیکی بوده و انتقال حرارت ندارند و برای آنها روابط زیر بین P و T و V برقرار است:

$$(۱) \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma \quad (۲) \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (۳) \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad (\gamma = \frac{C_p}{C_v}, \text{ دما برحسب کلونین})$$

نکته: در حالت کلی فرایندهای پلی تروپیک را به صورت $PV^n = \text{cte}$ تعریف می‌نماییم که فرایندهای برگشت پذیری هستند که توام با انتقال حرارت می‌باشند. بدین ترتیب تمامی روابط ایزنتروپیک برای پلی تروپیک هم برقرار است و فقط کافی است به جای γ ، n قرار دهیم.

$$PV^n = C \Rightarrow \log P + n \log V = \log C \Rightarrow \log P = -n \log V + \log C \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \xrightarrow{\text{نوع فرایند}} P = \text{cte} \\ n = 1 \xrightarrow{\text{نوع فرایند}} T = \text{cte} \\ n = \gamma \xrightarrow{\text{نوع فرایند}} S = \text{cte} \\ n = \infty \xrightarrow{\text{نوع فرایند}} V = \text{cte} \end{cases}$$



$$w = \int_1^2 P dv = \int_1^2 C V^{-n} dv = C \left[\frac{V^{-n+1}}{-n+1} \right]_1^2$$

بدین ترتیب کار در فرایندهای پلی تروپیک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Rightarrow w = C \left(\frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n} \right) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} \Rightarrow w = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n-1} = \frac{R(T_1 - T_2)}{n-1}$$

۳ - گزینه «۲»



محاسبه کار فرایند برگشت‌ناپذیر (کارآیی توربین)

در یک سیستم جریان دار مثل پمپ، توربین و کمپرسور کار برابر است با گیبس ورودی منهای گیبس خروجی

نکات توربین

$$(۱) \quad Q + \dot{m}_i h_i = w + \dot{m}_e h_e \quad (\text{معمولاً } \dot{m}_i = \dot{m}_e) \quad \text{در صورت وجود دبی}$$

$$(۲) \quad Q + h_i = h_e + w \quad \text{در صورت عدم وجود دبی}$$

$$(۳) \quad \eta_t = \frac{w_{\text{Real}}}{w_{\text{ideal}}} \quad \text{بازده تجهیزات جریان دار}$$

برای توربین گازی آدیاباتیکی با فرض داشتن گاز ایده‌آل داریم:

$$(۴) \quad Q + h_i = h_e + w \xrightarrow{Q=0} \begin{cases} w_{\text{Real}} = h_i - h_{e,1} = C_p(T_i - T_{e,1}) & \text{کار تولید واقعی} \\ w_{\text{ideal}} = h_i - h_{e,2} = C_p(T_i - T_{e,2}) & \text{کار تولیدی ایده‌آل یا ماکزیمم} \end{cases}$$

$$\eta_t = \frac{h_i - h_{e,1}}{h_i - h_{e,2}} \approx \frac{T_i - T_{e,1}}{T_i - T_{e,2}} \quad \text{در این مسأله}$$

$$\Rightarrow \eta_t = \frac{T_i \left(1 - \frac{T_{e,1}}{T_i}\right)}{T_i \left(1 - \frac{T_{e,2}}{T_i}\right)} = \frac{1-a}{1-b}$$

۴ - گزینه «۱»

$$Z = \frac{PV}{RT} \quad \text{ضریب تراکم‌پذیری در گازهای واقعی}$$

نکته: برای بررسی و تغییر ضریب تراکم‌پذیری همواره سعی می‌کنیم عبارت $\frac{PV}{RT}$ را از روی معادلات حالت بسازیم.

$$P = \frac{RT}{V-b} + \frac{a}{TV^2} \Rightarrow Z = \frac{PV}{RT} = \frac{V}{V-b} + \frac{a}{RT^2V} \quad \text{در این مسأله}$$

طبق فرض مسأله مقدار V و b ثابت بوده و در نتیجه $\frac{V}{V-b}$ مقدار ثابتی است. با کاهش دما عبارت دوم زیاد شده و در نتیجه ضریب تراکم‌پذیری Z افزایش می‌یابد.

$$T \downarrow \Rightarrow Z \uparrow \Rightarrow \text{کل کسر بزرگ می‌شود.} \Rightarrow \text{چون در مخرج کسر است.}$$

۵ - گزینه «۱»

روابط ترمودینامیکی ماکسول

نکته: روابط زیر از ترکیب قانون اول و دوم ترمودینامیک برای یک سیستم بسته در حالت برگشت‌پذیر به دست آمده و برای سیستم برگشت‌ناپذیر نیز درست است:

| | |
|-----------------------|-------------------------------------|
| (۱) $du = Tds - Pdv$ | انرژی داخلی $U = Q - W$ |
| (۲) $dh = Tds + Vdp$ | آنتالپی $h = \Delta U + \Delta(Pv)$ |
| (۳) $dg = Vdp - SdT$ | انرژی گیبس $g = h - TS$ |
| (۴) $da = -Pdv - SdT$ | انرژی هلمهولتز $a = U - TS$ |

اگر شرط کامل بودن معادله دیفرانسیل را برای روابط فوق بنویسیم به نتایج زیر می‌رسیم:

$$(۱) \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$

$$(۲) \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

$$(۳) \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$(۴) \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

روابط (۳) و (۴) خیلی مهم است چون از آنجا که آنتروپی کمیت قابل اندازه‌گیری نیست، به این وسیله به کمیت‌های قابل اندازه‌گیری دما و فشار و حجم تبدیل می‌شود.

$$dh = Tds + Vdp \Rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + V = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad (I)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} + b\left(\frac{-1}{T^2}\right) \quad (II)$$

حال از معادله حالت داده شده $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ را حساب می‌کنیم:

$$(I) \text{ و } (II) \Rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \frac{RT}{P} + \frac{b}{T} - T\left(\frac{R}{P} - \frac{b}{T^2}\right) \Rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \frac{b}{T}$$

۶- گزینه «۳»

محاسبه تغییر آنتروپی مایعات و جامدات

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dp$$

۱- برای مایعات و جامدات تغییرات حجم در مقابل دما بسیار ناچیز است.

۲- برای مایعات و جامدات C_p و C_v تقریباً با هم برابر هستند.

$$\left. \begin{array}{l} (۱) \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 0 \\ (۲) \Rightarrow C_p = C_v = C \end{array} \right\} \Rightarrow ds = C \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta s = C \ln \frac{T_2}{T_1}$$

تغییرات آنتروپی به ازای واحد جرم یعنی با دیمانسیون $\frac{kJ}{kg.K}$

$$\Rightarrow \Delta S = m C \ln \frac{T_2}{T_1} = \rho v C \ln \frac{T_2}{T_1}$$

دمای محیط
دمای جسم

(T برحسب کلوین) تغییرات آنتروپی به ازای جرم m کیلوگرم

$$\Delta S = \left(5 \frac{gr}{cm^3}\right) \times (20 \text{ cm})^3 \times \left(10 \frac{J}{gr.K}\right) \ln \frac{27+273}{627+273} = 5 \times 80000 \times \ln \frac{300}{900} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S = 400000 \times \ln \frac{1}{3} = -400000 \times \frac{J}{K} = -400 \frac{kJ}{K}$$

۷- گزینه «۱»

بررسی مفهومی و ریاضی تغییرات آنتروپی

$$du = Tds - PdV \Rightarrow ds = \frac{1}{T}(du + PdV) \Rightarrow ds = \frac{1}{T}(\delta Q - \delta W + PdV) \quad (1)$$

$$(2) \quad \delta W' \text{ کار هدر رفته} + \delta W \text{ کار تولیدی} = PdV \text{ حداکثر کاری که می توان تولید کرد (کار در حالت برگشت پذیر) از طرفی}$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow ds = \frac{1}{T}(\delta Q - \delta W + \delta W + \delta W') \Rightarrow ds = \frac{\delta Q}{T} + \frac{\delta W'}{T}$$

$$\Rightarrow \delta W' = 0 \Rightarrow \Delta s = \int \frac{\delta Q}{T}$$

$$\Rightarrow \delta W', T > 0 \Rightarrow \frac{\delta W'}{T} > 0 \Rightarrow ds > \frac{\delta Q}{T}$$

الف - چگونه آنتروپی یک سیستم را افزایش دهیم؟

۱- سیستم را در مسیر بازگشت ناپذیر قرار می دهیم تا $\delta W'$ افزایش پیدا کند.

۲- به سیستم گرما و حرارت می دهیم یعنی Q را افزایش می دهیم.

نکته: کاهش دما جزء راه های «الف» نیست چون عملاً دما را فقط تا حدی مشخص می توان کاهش داد.

ب - چگونه آنتروپی یک سیستم را کاهش دهیم؟

۱- برای کاهش آنتروپی سیستم فقط یک راه وجود دارد و آن این که حرارت به نحوی از سیستم خارج شود.

نکته: کاهش $\delta W'$ یا افزایش دما جزء راه های «ب» نیست چون اصطکاک و بازگشت ناپذیری را تا یک حدی می توان کاهش داد و $\delta W'$ در مقایسه با Q زیاد نیست.

۸- گزینه «۴»

بازده ایزنتروپیک و هم دما

$$\eta_{\text{isentropic}} = \frac{\text{کار مصرفی ایده آل}}{\text{کار مصرفی واقعی}} = \frac{W_s}{W_a} = 0.75 \quad (I)$$

$$\eta_{\text{isotherm}} = \frac{\text{کار ورودی}}{\text{کار مصرفی}} = \frac{W_t}{W_a} = 0.8 \quad (II)$$

$$W_s = h_i - h_{es} = C_p(T_i - T_{es})$$

$$W_s = 1 \times (300 - 600) = -300 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (III)$$

$$(I), (III) \Rightarrow W_a = -400 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (IV)$$

$$(II), (IV) \Rightarrow W_t = -320 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

علامت منفی نشان دهنده ورود کار به سیستم است.

۹- گزینه «۱»

خواص جزئی مولی (پارشال)

برای جزء i در یک محلول، خاصیت جزئی مولی (\bar{M}_i) به صورت روبرو تعریف می‌شود.

$$\bar{M}_i = \left[\frac{\partial(nM)}{\partial n_i} \right]_{T, P, n_j}$$

که در آن M نشانگر مقدار مولی هر خاصیت غیرمتمرکز (Extensive) ترمودینامیکی برای محلول مورد نظر است. این معادله در واقع نحوه توزیع یک خاصیت محلول را در میان اجزاء آن تعریف می‌کند.

نکته

۱- تعریف خاصیت جزئی مولی تنها برای خواص غیرمتمرکزی به کار می‌رود که می‌توان آن را به صورت مولی نوشت و در مورد خواص مثل P و T تعریف فوق به کار نمی‌رود.

۲- برای یک ماده خالص، \bar{M}_i برابر با M_i (خاصیت مولی i خالص) است.

۳- در ترمودینامیک محلول‌ها سه نوع خاصیت به کار می‌روند که توسط نمادهای زیر نشان داده می‌شوند:

خواص محلول M / خواص جزئی \bar{M}_i / خواص جزء خالص M_i

$$\bar{M}_1 = \left[\frac{\partial(nM)}{\partial n_1} \right]_{T, P, n_2, n_3} = \frac{\partial}{\partial n_1} \left[n_1 M_1 + n_2 M_2 + n_3 M_3 + \frac{n_1 n_2 n_3}{n^2} M_0 \right]$$

$$\Rightarrow \bar{M}_1 = M_1 + n_2 n_3 \left[\frac{n_2 + n_3 - n_1}{n^3} \right] M_0$$

$$\Rightarrow \bar{M}_1 = M_1 + x_2 x_3 (x_2 + x_3 - x_1) M_0$$

۱۰- گزینه «۲»

با توجه به توضیحات سوال قبل یک رابطه مهم دیگر معادله گیبس - دوم است که در حالت کلی برای یک فاز همگن چنین نوشته می‌شود:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_{P, X} dT + \left(\frac{\partial M}{\partial P} \right)_{T, X} dP - \sum (x_i d\bar{M}_i) = 0$$

$$\text{if } T, P : \text{Const} \Rightarrow \sum x_i d\bar{M}_i = 0 \quad (P \text{ و } T \text{ ثابت})$$

معادله بسیار مهمی که برای محاسبه \bar{M}_i از مقادیر داده شده M و جزءهای مولی کاربرد دارد چنین است:

$$\bar{M}_i = M - \sum_{k \neq i} \left[x_k \left(\frac{\partial M}{\partial x_k} \right)_{T, P, x_L \neq i, K} \right]$$

برای حالت خاص در مورد یک محلول دوجزئی معادله فوق به شکل زیر در می‌آید:

$$\bar{M}_1 = M + (1 - x_1) \frac{dM}{dx_1}, \quad \bar{M}_2 = M - x_1 \frac{dM}{dx_1}$$

در این مسأله اگر رابطه گیبس - دوم را در مورد فوگاسیته بنویسیم:

$$\sum x_i d \ln \hat{f}_i = 0 \Rightarrow x_1 d \ln \hat{f}_1 + x_2 d \ln \hat{f}_2 = 0$$

با تقسیم طرفین بر dx_1 خواهیم داشت:

$$x_1 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_1}{\partial x_1} \right) + x_2 \left(\frac{\partial \ln \hat{f}_2}{\partial x_1} \right) = 0 \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$\left(\frac{\partial \text{Ln} \hat{f}_r}{\partial x_1}\right) = \left(\frac{\partial \text{Ln} \hat{f}_r}{\partial x_r}\right) \left(\frac{\partial x_r}{\partial x_1}\right)$$

$$x_1 + x_r = 1 \Rightarrow dx_r + dx_1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial x_r}{\partial x_1}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial \text{Ln} \hat{f}_r}{\partial x_1}\right) = -\left(\frac{\partial \text{Ln} \hat{f}_r}{\partial x_r}\right) \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow x_1 \left(\frac{\partial \text{Ln} \hat{f}_1}{\partial x_1}\right) - x_r \left(\frac{\partial \text{Ln} \hat{f}_r}{\partial x_r}\right) = 0$$

۱۱- گزینه «۴»

تغییرات خاصیت در اثر اختلاط

اگر M یک خاصیت ترمودینامیکی باشد، تغییرات خاصیت M را در اثر اختلاط به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta M_{\text{mixing}} = M^{\text{Real}} - M^{\text{ideal}} = \sum x_i \bar{M}_i - \sum x_i M_i = \sum x_i (\bar{M}_i - M_i)$$

$$\text{در این مسأله } V^{\text{Real}} = n_1 \bar{V}_1 + n_r \bar{V}_r, V^{\text{ideal}} = n_1 v_1 + n_r v_r,$$

$$\Delta V_{\text{mixing}} = V^{\text{Real}} - V^{\text{ideal}} = n_1 (\bar{v}_1 - v_1) + n_r (\bar{v}_r - v_r)$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\text{mixing}} = 10(2/5 - 2) + 20(1/3 - 1/5) = 5 - 4 = 1 \text{ cm}^3$$

$$(۱) \lim_{P \rightarrow 0} \left(\frac{f}{P} \right) = \lim_{P \rightarrow 0} \phi = 1$$

$$(۲) \quad \phi = e^{\int_0^P \left(\frac{Z-1}{P} \right) dP} \quad \text{ضریب فوگاسیته}$$

$$(۳) \quad f = P e^{\int_0^P \left(\frac{Z-1}{P} \right) dP} \quad \text{فوگاسیته}$$

$$(۴) \quad \text{برای جسم خالص} \quad \begin{cases} dG_i = RT d \ln f_i \\ \lim_{P \rightarrow 0} \left(\frac{f_i}{P} \right) = 1 \\ \phi_i = \frac{f_i}{P} \end{cases} \quad (T \text{ ثابت})$$

در این مسأله برای گاز ایده‌آل $\frac{f}{P} = 1$ بوده و لذا منحنی شماره (۲) جواب صحیح می‌باشد.

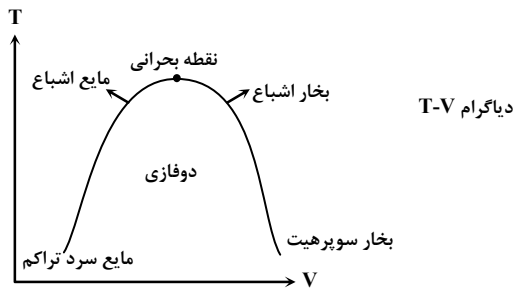
$$\left. \begin{aligned} ds &= \frac{C_p}{T} dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP \\ ds &= \frac{C_v}{T} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اگر گاز ایده‌آل باشد.} \Rightarrow \begin{cases} ds = \frac{C_p}{T} dT - \frac{R}{P} dP \\ ds = \frac{C_v}{T} dT + \frac{R}{V} dV \end{cases}$$

$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad \text{تغییر آنتروپی گاز ایده‌آل} \quad C_p = \frac{R\gamma}{\gamma-1}, C_v = \frac{R}{\gamma-1}$$

$$Pv^n = \text{cte} \xrightarrow{\text{جاگذاری}} \Delta s = \frac{R\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \Delta s = \left(\frac{R\gamma}{\gamma-1} \right) \left(\frac{n-1}{n} \right) \ln \frac{P_2}{P_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow \Delta s = \left(R \ln \frac{P_2}{P_1} \right) \left(\frac{\gamma(n-1)}{n(\gamma-1)} - 1 \right) \Rightarrow \Delta s = R \cdot \frac{n-\gamma}{n(\gamma-1)} \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\left. \begin{aligned} n &= 1/2 \\ \gamma &= 1/4 \\ \frac{P_2}{P_1} &> 1 \text{ تراکم} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n - \gamma < 0 \Rightarrow \Delta s < 0 \quad \text{تغییرات آنتروپی منفی است.}$$



تعاریف و مفاهیم مهم

۱- نقطه بحرانی

الف - نقطه بحرانی بالاترین دما و فشاری است که در آن تعادل بخار و مایع امکان پذیر می باشد.

ب - نقطه بحرانی هر ماده تنها نقطه‌ای است که در آن فرآیند تبخیر در فشار ثابت وجود ندارد چون در این نقطه:

$$Q = \Delta H = 0$$

۲- گاز

اگر حرارت داده شده به سیال طوری باشد که دما از دمای بحرانی بیشتر شود، $(T > T_c)$ ولی فشار از فشار بحرانی کمتر باشد، $(P < P_c)$ آنگاه حالت ماده گاز است.

۳- سیال فوق بحرانی

در این حالت $T > T_c$ و $P > P_c$ بوده و به هیچ طریقی نمی توان سیال فوق بحرانی را کندانس کرد.

۴- مایع سرد یا متراکم (sub cold)

$$\text{sub cold} \Leftarrow \begin{cases} \text{الف - اگر در یک فشار مشخص، دما از دمای اشباع کمتر باشد.} \\ \text{ب - اگر در یک دمای مشخص، فشار از فشار اشباع بیشتر باشد.} \end{cases}$$

۵- بخار داغ یا سوپرهیت (super heated)

$$\text{super heated} \Leftarrow \begin{cases} \text{الف - اگر در یک فشار مشخص، دما از دمای اشباع بیشتر باشد.} \\ \text{ب - اگر در یک دمای مشخص، فشار از فشار اشباع کمتر باشد.} \\ \text{ج - به مایعی که در یک فرآیند فشار ثابت، دمای آن به دمایی بالاتر از دمای جوش افزایش داده شده و لی هنوز تبخیر نشده باشد، سوپرهیت می گویند.} \end{cases}$$

۱۵- گزینه «۴»

تغییرات C_P و C_V برحسب فشار و حجم در دمای ثابت و نتایج معادله زیر:

$$C_P - C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$$

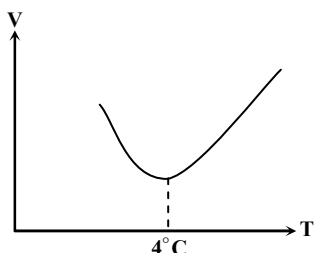
(۱) حجم تمام مواد خالص با افزایش فشار کاهش می‌یابد یعنی:

$$C_P - C_V > 0 \xrightarrow{\text{(برای تمام مواد خالص)}} C_P > C_V, \frac{C_P}{C_V} > 1$$

(۲) طبق تعریف ضریب انبساط حجمی (β) و ضریب تراکم‌پذیری هم‌دما (K):

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \quad k = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \Rightarrow C_P - C_V = -T (\beta^2 V^2) \left(\frac{-1}{kV} \right) \Rightarrow C_P - C_V = \frac{\beta^2 TV}{k}$$

در این مسأله حالات تساوی C_P با C_V :



(۱) در صفر مطلق کلون (اگر بتوان به آن رسید).

(۲) 4°C برای آب $\rightarrow \beta = 0, \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = 0$

(۳) برای سیالات تراکم‌ناپذیر $\rightarrow \beta = K = 0$

(۴) در این حالت β^2 و V خیلی کوچک است و لذا C_P با C_V تقریباً برابر است. \rightarrow برای جامدات و مایعات

۱۶- گزینه «۲»

$$Q_H = 500 \text{ kJ}, \quad Q_L = 187/5 \text{ kJ}, \quad W = 200 \text{ kJ}$$

$$Q_H - Q_L = 500 - 187/5 = 312/5 \neq 200 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_c = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{800} = 0/625 \\ \eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{200}{500} = 0/4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

قانون اول ترمودینامیک که قانون بقای انرژی است، نقض شده است.

چون $\eta < \eta_c$ است لذا قانون دوم ترمودینامیک نقض نشده است.

۱۷ - گزینه «۲»

یخچال

یخچال وسیله‌ای است که در یک سیکل عمل می‌کند و نیازمند کار است تا حرارت را از جسم درجه حرارت پایین به جسم درجه حرارت بالا انتقال دهد. کارایی یک یخچال به صورت ضریب عملکرد بیان می‌شود که با نماد β یا C_{op} نمایش داده می‌شود. در یخچال، انرژی مطلوب گرمای انتقال یافته از فضای تبرید (Q_L) و انرژی هزینه شده، کار (w) می‌باشد.

$$\beta = C_{op} = \frac{\text{انرژی مطلوب}}{\text{انرژی هزینه شده}} = \frac{Q_L}{w} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{\frac{Q_H}{Q_L} - 1}$$

$$W = \frac{Q_L}{\beta} = \frac{12000}{4} = 3000 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$$

$$\text{کار کمپرسور} = \frac{W}{\eta} = \frac{3000}{0.75} = 4000 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$$

$$\text{انرژی تولید شده در نیروگاه} = \text{کار کمپرسور} \times (\text{تلفات انرژی}) = 4000 \times 1/1 = 4000 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$$

۱۸ - گزینه «۱»

اختلاف دو خاصیت از یک محلول را در اثر اختلاط، Excess می‌گویند:

$$M^E = \Delta M_{\text{mixing}}^{\text{Real}} - \Delta M_{\text{mixing}}^{\text{ideal}}$$

اگر M یکی از خواص v, h, u, C_p, C_v باشد آنگاه داریم:

$$\Delta M_{\text{mixing}}^{\text{ideal}} = 0 \Rightarrow M^E = \Delta M_{\text{mixing}}^{\text{Real}}$$

مهم‌ترین تابع فزونی G^E است که عبارت است از:

$$G^E = \Delta g_{\text{mixing}}^{\text{Real}} - \Delta g_{\text{mixing}}^{\text{ideal}}$$

$$G^E = RT \sum x_i \ln \hat{a}_i - RT \sum x_i \ln x_i \Rightarrow \frac{G^E}{RT} = \sum x_i \ln \frac{\hat{a}_i}{x_i} \xrightarrow{\hat{a}_i = \gamma_i x_i} \frac{G^E}{RT} = \sum x_i \ln \gamma_i$$

$$\frac{G^E}{RT} = \sum x_i \ln \gamma_i \Rightarrow G^E = RT(x_1 \ln \gamma_1 + x_2 \ln \gamma_2)$$

۱۹- گزینه «۱»

در دما و فشار ثابت، رابطه گیبس - دهم برای خاصیت جزئی مولی \bar{M} به صورت زیر نوشته می‌شود. از این رابطه زمانی استفاده می‌کنیم که یکی از خواص پارشیال را به ما بدهند و خاصیت پارشیال را برای جزء دوم از ما بخواهند:

$$\sum x_i d\bar{M}_i = 0$$

در این مسأله $\sum x_i d\bar{V}_i = 0 \Rightarrow x_1 d\bar{V}_1 + x_2 d\bar{V}_2 = 0$

از طرفی $\begin{cases} x_1 = 1 - x_2 \Rightarrow x_1 (2 dx_1) + x_2 d\bar{V}_2 = 0 \Rightarrow d\bar{V}_2 = \frac{-2x_1 dx_1}{x_2} \\ dx_1 = -dx_2 \Rightarrow d\bar{V}_2 = 2\left(\frac{1-x_2}{x_2}\right) dx_2 \Rightarrow d\bar{V}_2 = \left(\frac{2}{x_2} - 2\right) dx_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \bar{V}_2 = 2 \ln x_2 - 2x_2 + C \quad (1)$$

جمله داخل پرانتز در سوال برای به دست آوردن ثابت انتگرال C بیان شده است:

$$x_2 = 1 \Rightarrow \bar{V}_2 = V = 5 \quad \text{حجم ویژه خالص جزء دوم} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 5 = 0 - 2 + C \Rightarrow C = 7 \xrightarrow{\text{جاگذاری در (1)}} \bar{V}_2 = 2 \ln x_2 - 2x_2 + 7$$

۲۰- گزینه «۱»

در یک محلول ایده‌آل، برای اختلاط دو ماده نتایج زیر برقرار است:

$$(1) \Delta V_{\text{mixing}} = 0$$

$$(2) \Delta h_{\text{mixing}} = 0 \xrightarrow{h=u+\Delta(pv)} (3) \Delta u_{\text{mixing}} = 0$$

$$(4) \Delta C_{p\text{mixing}} = 0 \Rightarrow (5) \Delta C_{v\text{mixing}} = 0$$

(۶) در یک محلول ایده‌آل، اختلاط دو ماده یک فرآیند بازگشت‌ناپذیر است و با افزایش آنتروپی همراه است. یعنی $\Delta S_{\text{mixing}} > 0$

(۷) در یک محلول ایده‌آل، در اثر اختلاط دو ماده، تغییر انرژی گیبس منفی می‌باشد زیرا اختلاط دو ماده خود به خود است و در نتیجه با کاهش انرژی گیبس همراه است یعنی: $\Delta g_{\text{mixing}} < 0$

$$\Delta g_{\text{mixing}} + T \Delta S_{\text{mixing}} = 0 \quad (8)$$

در یک محلول غیرایده‌آل، برای اختلاط دو ماده نتایج زیر برقرار است:

۱- اختلاط دو ماده یک فرآیند بازگشت‌ناپذیر بوده و با افزایش آنتروپی همراه است. یعنی $\Delta S_{\text{mixing}} > 0$

$$\frac{\Delta g_{\text{mixing}}}{RT} = \sum x_i \ln \hat{a}_i \quad (9)$$

نکته کلی: تغییر آنتروپی در اثر اختلاط دو ماده (محلول ایده‌آل و غیرایده‌آل) زمانی max است که جزء مولی دو ماده در محلول با هم مساوی باشند.